

Тематика та приклади завдань обласної студентської олімпіади з математики, присвяченої 100-річному ювілею Національної академії наук України

Тема	Приклади завдань	Примітки
Лінійна алгебра		
Визначники	Обчислити визначник $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{vmatrix}$	Задачі на використання властивостей визначників
Системи лінійних рівнянь	Розв'язати систему лінійних рівнянь $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + \dots + 9x_9 + 10x_{10} = 55 \\ x_2 + 2x_3 + \dots + 9x_{10} + 10x_1 = 55 \\ \dots \\ x_{10} + 2x_1 + \dots + 9x_8 + 10x_9 = 55 \end{cases}$	Елементарні перетворення систем лінійних рівнянь
Матриці	Знайти $\sum_{n=1}^{2018} A^n$, якщо $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$	Задачі на встановлення закономірностей
Вектори	Відомо: $a = 2$; $b = 2$, $a, b = 30^\circ$, вектори $\overline{AB} = -a + 3\sqrt{3}b$ і $\overline{AD} = a + \sqrt{3}b$ є сторонами паралелограма ABCD. Знайти: 1) Довжини діагоналей паралелограма ABCD. 2) Гострий кут між діагоналями паралелограма ABCD. 3) Площу паралелограма ABCD.	Задачі на дії з векторами, використання скалярного добутку

Аналітична геометрія на площині і у просторі		
Пряма на площині	Скласти рівняння сторін трикутника, якщо одна з його вершин це точка $A(-4;2)$, а рівняння його медіан $3x - 2y + 2 = 0$ та $3x + 5y - 12 = 0$.	Задачі на застосування властивостей геометричних об'єктів
Лінії другого порядку	Скласти рівняння хорди еліпса $x^2 + 4y^2 = 25$, що проходить через точку $A(\frac{7}{2}; \frac{7}{4})$ і ділиться в цій точці навпіл.	
Площина	Скласти рівняння площини, що проходить через точки $A(2;3;-1)$, $B(1;1;4)$ перпендикулярно до площини $x - 4y + 3z + 2 = 0$.	
Пряма у просторі	Задано вершини трикутника $A(4;1;-2)$, $B(2;0;0)$, $C(-2;3;-5)$. Скласти рівняння висоти, що проходить через вершину В.	
Взаємне розташування прямих і площин	Знайти відстань між прямими $\frac{x-9}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{1}$, $\frac{x}{-2} = \frac{y+7}{9} = \frac{z-2}{2}$	
Математичний аналіз функції однієї змінної		
Границі	Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow \infty} (tg \frac{\pi x}{2x+1})^{\frac{1}{x}}$	Знаходження границь за допомогою спеціальних методів
Похідна та її застосування	Дослідити функцію та побудувати її графік $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$	Дослідження функції методами диференціального числення
Невизначений інтеграл	Знайти первісну функції $y = \frac{x^2}{(x \sin x + \cos x)^2}$	Інтегрування заміною змінної або інтегрування частинами